CONTESTACIÓN
DEL
Excmo. Sr. D. Amable Liñán Martínez

Excelentísimo Señor Presidente,
Excelentísimos Señores Académicos,
Señoras y señores:

Es para mi un gran honor cumplir con el encargo de dar, en nombre de mis compañeros de la Academia, la bienvenida a la misma al Profesor Jesús María Sanz Serna, mi admirado amigo desde hace muchos años. Tengo también la tarea, especialmente grata, de intentar resumirles los méritos excepcionales que acompañan a quien se incorpora hoy a la Academia. Éstos se derivan de la actividad investigadora, docente y de gestión de una persona de gran honestidad intelectual y extraordinariamente dotada con cualidades polifacéticas para llevarla a cabo.

Más difícil es para mí la tarea de glosar adecuadamente el Discurso de Ingreso que acaban de escuchar, que contiene en su versión escrita una exposición magistralmente elocuente de los métodos de integración numérica que él ha contribuido a desarrollar. Por ello me limitaré a señalar cómo estos métodos pueden ayudar a los que, como el que les habla, se dedican a la Mecánica de Fluidos en la elección de técnicas numéricas para el análisis de los flujos turbillonarios, especialmente cuando como ocurre frecuentemente el movimiento resulta ser turbulento.

Jesús María Sanz Serna nació en Valladolid el 12 de junio de 1953. Siguió sus estudios de bachillerato, que terminó en 1970, en el colegio San José de Valladolid. Allí tuvo profesores de ciencias que él juzga excepcionales y que tendrán una gran influencia en su actividad profesional posterior. En particular, la Física estaba a cargo de un jesuita, el padre Oñate, que en sus clases hacía hincapié en las observaciones experimentales, con experimentos montados específicamente para cada demostración. Éstos atrajeron enseguida la atención de Jesús Sanz Serna, hasta el punto de pasar las tardes en el Laboratorio de Física ayudando al padre Oñate en el montaje de los experimentos.

Aunque había tenido dudas entre dedicarse en sus estudios universitarios a la Física o la Matemática, en el curso selectivo se decidió por esta última; porque, en el primer año en la Universidad, la enseñanza de la física se hacía sin el apoyo del laboratorio. Juzgó que de dedicarse a la teoría prefería formarse en sus aspectos más básicos. Afortunadamente no abandonó su preocupación por la comprensión y análisis de los fenómenos físicos. Esta preocupación le ha llevado a ilustrar con una gran variedad de aplicaciones físicas los métodos de análisis numérico que él y sus colaboradores han desarrollado; mostrando con ello su profundo conocimiento de los aspectos fundamentales de los fenómenos físicos.

Así pues, siguió en Valladolid sus estudios de licenciatura en Ciencias Matemáticas, que completó en 1975, obteniendo el Premio Extraordinario de Licenciatura. Siguió sus estudios de doctorado en Matemáticas, también en la Facultad de Ciencias de Valladolid, con una tesis dedicada al análisis funcional que terminó en 1977, obteniendo el Premio Extraordinario de Doctorado.

Desde 1975 a 1981 fue Profesor no numerario en la Universidad de Valladolid. Afortunadamente para su actividad posterior se propuso pasar el curso 1978-1979 en la Universidad de Dundee (Escocia), donde hizo un Master en Análisis Numérico. Esta Universidad de Dundee se había convertido entonces en un centro de excelencia en este campo, lo que favorecía una gran concentración de especialistas de prestigio en análisis numérico. Jesús Sanz Serna ha mostrado su satisfacción por haber tenido la oportunidad de esta estancia (luego seguida por muchísimas visitas de varias semanas) que le marcó enormemente; primero, por lo que significó en su actividad investigadora en matemáticas y, también, por lo que pudo aprender de sus colegas escoceses sobre el talante humano de los grandes investigadores. A su regreso a España obtuvo por oposición, en Enero de 1981, una plaza de Profesor Agregado de Análisis Numérico de la entonces recién creada Universidad del País Vasco. (Es verdaderamente notable que a esa plaza compitió con Alfredo Bermúdez de Castro, creador de una Escuela sobresaliente de Matemática Aplicada, con vocación clara de ocuparse de sus aplicaciones industriales). Permaneció en Bilbao hasta 1982, cuando fue nombrado Catedrático de Análisis Numérico en la Universidad de Valladolid (ahora, después de la creación con la LRU de las áreas de conocimientos, Catedrático de Matemática Aplicada en le Departamento de Matemática Aplicada).

Desde su primera estancia en Dundee su labor docente e investigadora ha estado centrada en el análisis numérico; en tanto que su labor investigadora, caracterizada por su rigor y relevancia, ha estado dedicada esencialmente a la solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales de evolución. Pero también ha hecho incursiones en otros campos de la Matemática, como: Polinomios ortogonales, ecuaciones diferenciales estocásticas y espacios topológicos. Me parece especialmente significativa su colaboración con los profesores Doblaré y Enrique Alarcón al estudio de los métodos de elementos finitos y elementos de contorno para problemas elípticos de análisis estructural y resistencia de materiales.

Su labor docente tuvo como objetivo la formación de investigadores cualificados en el Análisis Numérico. En esta tarea ha tenido un éxito notable, que se refleja en las quince tesis doctorales que ha dirigido y en el prestigio y en las aportaciones de los muchos que componen su Escuela. Sus aportaciones al análisis numérico están dedicadas, como decía antes, a la solución numérica de ecuaciones diferenciales no lineales ordinarias y en derivadas parciales. Incluyen los siguientes campos:

Integración geométrica, que es el tema de su discurso y que nadie puede exponer más claramente que él, dada su sobresaliente contribución a su creación.

Examen crítico de las ideas de estabilidad y convergencia en Análisis Numérico; especialmente en problemas no lineales derivados de la Física o de la Ingeniería, en los que las inestabilidades numéricas pueden coexistir con las propias del sistema que se analiza. Éste es el caso, por ejemplo, de la ecuación de Kuramoto-Sivashinsky que encontramos al analizar la propagación de llamas; las cuales, debido a inestabilidades, tienen frecuentemente una estructura celular o caótica.

Diseño y análisis de métodos numéricos para ecuaciones en derivadas parciales específicas, como la de Korteweg-de Vries, no-lineal de Schrödinger, de Dirac y el sistema de ecuaciones de Boussinesq de la convección natural.

Diseño y análisis de métodos de nodos móviles para ecuaciones en derivadas parciales dependientes del tiempo.

Sus contribuciones al análisis numérico están recogidas en casi cien artículos, publicados en las revistas más prestigiosas de este campo y en muchos capítulos de libros. También ha escrito dos libros: uno de texto y otro, con su colaboradora M.P. Calvo, publicado en 1994 por Chapman and Hall con el título "Numerical Hamiltonian Problems". Además, ha participado como conferenciante invitado en más de medio centenar de congresos nacionales e internacionales, impartiendo más de cuarenta conferencias plenarias y frecuentemente ciclos de varias conferencias.

El impacto de sus publicaciones se refleja, en particular, en las casi 2200 citas que tiene en las revistas recogidas en el Science Citation Index. Se refleja, además, en su nombramiento como Editor de Advances in Computacional Mathematics, desde 1992, Senior Editor de Applied Numerical Analysis, desde 1992, Consulting Editor de los Proceedings A de la Royal Society de Edinburgo, desde 1993. Miembro del Editorial Board de Nonlinearity desde 1994 del IMA Journal of Numerical Analysis desde 1995.

Para poner un ejemplo del reconocimiento de la labor de Sanz Serna por su contribución a los métodos de integración geométrica, quiero resaltar aquí sus aportaciones a una conferencia internacional, organizada en 1991 por el Centro de Estudios Nolineales de Los Alamos, dedicada a la Matemática Experimental (con el subtítulo: Temas Computacionales en Ciencias Nolineales). Los trabajos presentados, publicados en 1992 en Physica D, incluían una fracción importante que estaban dedicados a los métodos simplécticos de integración, iniciados por una conferencia de Sanz-Serna sobre los métodos Runge-Kutta simplécticos. Pero también se incluían otros trabajos sobre otras técnicas numéricas, repletos de aportaciones de Sanz Serna y sus colaboradores, como los dedicados al papel de los invariantes puntuales en la integración de ecuaciones diferenciales ordinarias y a las técnicas shadowing para ecuaciones con soluciones de tipo caótico. El objetivo de la conferencia era señalar el papel que tenía la matemática experimental en los estudios de fenómenos no lineales; entendiendo la matemática experimental como la ciencia del diseño y análisis de modelos matemáticos que permitan llevar a cabo experimentos computacionales para nuestro mejor conocimiento de los fenómenos físicos, con el mismo nivel y eficacia con que se llevan a cabo los estudios teóricos y experimentales tradicionales.

Su aportación al descubrimiento y desarrollo de los métodos de integración geométrica, que nos ha resumido en su Discurso y que nos describe magistralmente en la versión escrita del mismo, le valieron el reconocimiento de la comunidad científica con el premio más distinguido en su campo: el Premio Dahlquist de SIAM (la Sociedad Americana de Matemática Industrial y Aplicada); premio creado para honrar a Germund Dahlquist, uno de los grandes investigadores de los métodos numéricos, siendo Sanz Serna el elegido en la primera edición del premio. No menor fue la distinción de recibir la invitación a impartir una de las conferencias especiales en el Congreso Internacional de Matemáticas, celebrado en Zurich en 1994.

Otros premios de gran relieve han reconocido la importancia de la labor docente e investigadora de Jesús Sanz Serna. Entre ellos, el Premio de esta Real Academia de Ciencias en 1995 y, también en 1995, el Premio Iberdrola de Ciencia y Tecnología, en su tercera edición, que incluía además una beca de dos millones de pesetas para la persona de su equipo que él designase; fue elegido entre 25 candidatos por un Jurado que incluía tres Premio Nobel. La Comunidad de Castilla y León le reconoció también, en 1998, con el Premio de Investigación Científica y Técnica. Desde 1999, ha sido Académico Correspondiente de nuestra Academia.

Sanz Serna ha hecho en su discurso un homenaje a los científicos que han contribuido de un modo fundamental a la creación y al desarrollo de los métodos numéricos para el Análisis Matemático. Curiosamente algunos de estos científicos han jugado también un papel esencial en el desarrollo de la Mecánica de Fluidos; por lo que yo quiero utilizar esta ocasión para contribuir también a este homenaje, y mostrar cómo los métodos numéricos de integración geométrica pueden ser esenciales para proporcionarnos herramientas para el análisis de la dinámica de los fluidos y, en particular, del comportamiento caótico de los flujos turbulentos.

Sanz Serna nos ha recordado cómo los métodos numéricos de integración de las ecuaciones diferenciales nacen con la aportación pionera de Euler. Este año celebramos el nacimiento, hace trescientos años, de Euler, cuyas importantísimas contribuciones a las ciencias no se limitan a las matemáticas. En particular debemos a Euler el descubrimiento, en 1755, de las leyes que gobiernan el movimiento de los fluidos siempre que, como supuso Euler, esté justificado despreciar las fuerzas viscosas frente a las fuerzas de presión. La incorporación de las fuerzas de viscosidad a las ecuaciones del movimiento sólo pudo hacerse en 1823 y 1845 gracias a Navier y a Stokes.

Dado que en una gran variedad de flujos de interés práctico, como por ejemplo el flujo del aire alrededor de vehículos y del agua alrededor de barcos, las fuerzas viscosas son, en la mayor parte del dominio fluido, pequeñísimas frente a las de presión, las ecuaciones de Euler siguen siendo esenciales para la descripción de esos flujos. Quiero anticiparles aquí que las ecuaciones de Euler admiten una formulación Hamiltoniana y que, por ello, los métodos de integración simpléctica pueden ser, como veremos, utilísimos para obtener soluciones numéricas de las mismas que, sin estar enmascaradas por inestabilidades numéricas, reflejen con la precisión adecuada el carácter caótico de los flujos turbulentos.

Cuando, en 1755, Euler escribió el sistema de ecuaciones, no lineales y en derivadas parciales, que describen el movimiento de los fluidos ideales, lo hizo con una metodología y un lenguaje que seguimos utilizando hoy. Estas ecuaciones se basan en el principio de conservación de la masa y en las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento que resultan de la forma apropiada de la segunda ley de Newton. Euler añadió a estas ecuaciones una relación que servía para determinar la densidad del fluido en función de la presión y de una propiedad que llamó la calidad térmica local del fluido. Esta relación terminó siendo finalmente encontrada en la Termodinámica de los fluidos, cuando se identifica la calidad térmica con la temperatura; pero entonces las ecuaciones de Euler deben complementarse con la ley de conservación de la energía.

Euler no olvidó añadir a sus ecuaciones las condiciones iniciales y de contorno en la superficie de separación del fluido con los sólidos que lo limitan y que definen cada flujo particular. Señaló que el problema de la dinámica de fluidos quedaba así reducido a un problema de análisis que, sin embargo, no podría abordarse adecuadamente apoyándose únicamente en los métodos entonces disponibles. Por eso, como nos ha recordado Sanz Serna, algunos años después Euler fue pionero en la introducción de los métodos de integración numérica que pudiesen ayudarnos en el análisis de las soluciones de sus ecuaciones.

Ya en 1755 Euler había descubierto que, cuando estaba justificado suponer constante la densidad del fluido, sus ecuaciones admitían soluciones irrotacionales, para las que la velocidad deriva de un potencial que satisface la ecuación que, escrita por primera vez por él, recibió posteriormente el nombre de Laplace; por la utilización que éste hizo de ella en sus estudios del potencial gravitatorio. Euler era consciente de que sus ecuaciones admitían también otro tipo de soluciones con vorticidad, cuya obtención era mucho más compleja; si bien él la inició describiendo el movimiento bidimensional circulatorio correspondiente a un torbellino axis-simétrico.

La descripción de las soluciones con vorticidad arranca, de un modo efectivo, con el estudio publicado en 1858 por Helmholtz de la dinámica no viscosa de filamentos de vorticidad o torbellinos que, como él demostró, se mueven ligados al fluido. Cuando estos torbellinos tienen su vorticidad concentrada en líneas de torbellinos, con una intensidad definida por la circulación constante de la velocidad alrededor de cada torbellino lineal, el movimiento fluido asociado corresponde a soluciones singulares de las ecuaciones de Euler. (Estos torbellinos lineales juegan un papel fundamental a la dinámica del Helio superfluido).

La ausencia en las ecuaciones de Euler de efectos disipativos, asociados a la viscosidad y conducción de calor, elimina de ellas este mecanismo regularizador que sí tienen las ecuaciones de Navier Stokes. Mientras que estas ecuaciones son de tipo parabólico, y representan flujos irreversibles, las de Euler son de tipo hiperbólico y, como en 1859 nos mostró Riemann, sus soluciones pueden presentar discontinuidades de las derivadas de las magnitudes fluidas en las superficies características. También pueden presentar discontinuidades de las magnitudes fluidas (esto es, de la velocidad, presión y densidad) en ondas de choque, que se mueven con velocidad supersónica respecto al fluido.

Estas discontinuidades aparecen también en las capas de torbellinos, que fueron introducidas en 1868 por Helmholtz para explicar la estructura en forma de chorro, que él observó experimentalmente, en la descarga en aire del aire a presión de un depósito. Considerando el flujo del aire como no viscoso, una capa anular de torbellinos rodearía el chorro de aire que sale del depósito separándolo del aire exterior en reposo. Un año después, Kirchhoff mostró cómo podía explicarse la resistencia al movimiento estacionario de un cuerpo en el seno de un fluido, si se suponía que una capa de torbellinos, con origen en la superficie del cuerpo[1], limitaba su estela, donde el fluido quedaba en reposo respecto al cuerpo.

Ya en 1870 Kelvin, utilizando las ecuaciones de Euler, demostró que las capas planas de torbellinos son inestables; por lo que éstas se ondulan o enrollan concentrando su vorticidad en torbellinos casi lineales. Esta inestabilidad, que llamamos de Helmholtz-Kelvin, de las capas de torbellinos es en buena medida responsable del carácter caótico que encontramos frecuentemente en las soluciones de las ecuaciones de Euler y en las de las ecuaciones, más realistas, de Navier-Stokes; esta respuesta de tipo caótico es característica de los movimientos turbulentos. Como se dice frecuentemente, los torbellinos, que hemos de tener en cuenta al buscar soluciones realistas de las ecuaciones de Euler, son los tendones y músculos de los flujos turbulentos, determinantes de su estructura y de muchas de sus propiedades.

La aparición de las capas de torbellinos en los flujos reales con valores altos del número de Reynolds (que mide la relación entre las fuerzas de presión y viscosas) está asociada, como nos enseñó Prandtl, al desprendimiento de la capa límite[2]; la cual se

---

[1] En el movimiento no viscoso alrededor de cuerpos con superficies angulosas, con esquinas, no aparecen velocidades infinitas si la capa de torbellinos se origina en la esquina y se cumple la condición de Kutta, que exige que la capa de torbellinos salga tangente a una de las partes de la superficie.

[2] La Teoría de la Capa Límite fue presentada por Prandtl en el Tercer Congreso Internacional de Matemáticas, celebrado en Heidelberg en 1904, en un trabajo que revolucionó nuestro conocimiento de la Dinámica de Fluidos. Analizó los casos tan comunes en la práctica en que los efectos de la viscosidad pueden despreciarse en la mayor parte del campo fluido; pero no en la capa límite adyacente al cuerpo, ni en las capas de torbellinos que se originan por desprendimiento de la capa límite, ni en el interior de las ondas de choque que descubrió Riemann. Ludwig Prandtl acababa de incorporarse a Göttingen junto a Carl Runge, ambos procedentes de la Escuela Técnica Superior de Hamburgo, para dirigir los Institutos de Mecánica y Matemática Aplicada; creados gracias a

prolonga en el seno del fluido como las capas de torbellinos de Helmholtz y Kirchhoff. Estas capas de torbellinos que se enrollan posteriormente de manera que la vorticidad se concentra en torno a líneas que, para simplificar el análisis del flujo, tratamos a menudo como torbellinos lineales (a los que denominamos puntuales cuando el movimiento es bidimensional, plano).

Éste es el caso de los torbellinos cuya dinámica analizó von Kármán en un trabajo, presentado en el Quinto Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en Londres en 1912, donde describió, utilizando las ecuaciones de Euler, la estructura de la estela en el movimiento bidimensional alrededor de cilindros. Los torbellinos se generan por enrollamiento de las capas de torbellinos originadas por el desprendimiento de la capa límite a ambos lados del cilindro. Se sitúan en su estela en dos filas, al tresbolillo, con una relación apropiada entre las distancia transversal y longitudinal de los torbellinos, para la cual el flujo es marginalmente estable; siendo inestable, como demostró von Kármán, para cualquier otra disposición de los torbellinos[3]. La configuración de esta estela, denominada calle de torbellinos de Kármán, es la que se observa experimentalmente y explica los tonos eólicos y, también la resistencia del aire al movimiento del cilindro.

Los flujos con altos números de Reynolds se comportan como no viscosos en la mayor parte del campo fluido y, entonces, pueden ser descritos mediante las ecuaciones de Euler, que admiten una formulación Hamiltoniana. Por ello, para su análisis son muy útiles los métodos de integración numérica desarrollados por Sanz Serna.

---

las gestiones de Felix Klein, quien estaba muy interesado en que la Universidad jugase un papel relevante en las aplicaciones de las ciencias que requería el desarrollo tecnológico alemán.

[3] Nuestro académico correspondiente Javier Jiménez ha podido demostrar, teniendo en cuenta las propiedades simplécticas del flujo, de tipo Hamiltoniano, que la propiedad de estabilidad marginal de la configuración de la calle de torbellinos de Kármán, que éste supuso lineales, se mantiene también para torbellinos con vorticidad distribuida, si ésta se encuentra suficientemente concentrada.

Como él nos dice, cuando un sistema es Hamiltoniano el flujo de sus soluciones es una transformación simpléctica del espacio de las fases, en la que se conserva una colección de áreas multidimensionales. Al elegir el método numérico tenemos que asegurar que el flujo asociado al mismo tiene las mismas propiedades de conservación que el del problema original.

Las ecuaciones generales de la Mecánica de Fluidos, debido a los efectos de la viscosidad y conducción de calor, no son de tipo Hamiltoniano y no corresponden a flujos reversibles, En cambio sí lo son las Ecuaciones de Euler, que no incluyen los efectos disipativos anteriores, pero que tienen un espacio de las fases con infinitos grados de libertad. Para la descripción de los flujos no viscosos, Euler elige un sistema de referencia y busca determinar en función del tiempo y de las tres coordenadas espaciales que caracterizan los puntos del espacio euclídeo, las variables fluidas dependientes fundamentales representadas por los valores locales de la densidad, de la presión y de las tres componentes de la velocidad. La formulación Euleriana conduce a un sistema cerrado de ecuaciones que, en principio, puede resolverse sin necesidad de conocer las trayectorias de las partículas fluidas. Una vez conocido el campo de velocidades pueden calcularse, si se desea, estas trayectorias de las partículas fluidas; estando éstas definidas por su posición en el espacio como función del tiempo y de las coordenadas que caracterizan su posición inicial.

Estas trayectorias de las partículas fluidas, junto con los valores que en ellas tienen la presión y densidad del fluido, constituyen las variables dependientes fundamentales de la descripción Lagrangiana del flujo. Ésta, por su mayor complejidad frente a la descripción Euleriana, es de uso poco frecuente en Mecánica de Fluidos. Ambas descripciones, Lagrangiana y Euleriana, de los flujos no viscosos, admiten una formulación Hamiltoniana que es más directa en el primer caso. La simplicidad de la descripción Euleriana de los flujos no viscosos, con un número más reducido de variables dependientes, está asociada a la invariancia del Hamiltoniano ante cambios en el etiquetado usado para la posición inicial de las partículas.

La no linealidad de las ecuaciones y los infinitos grados de libertad de los flujos, tanto viscosos como no viscosos, hace inviable la obtención de soluciones generales e incluso de descripciones cualitativas de carácter general de la estructura de las soluciones, las cuales son frecuentemente de tipo caótico; por ello, el esfuerzo fue dirigido pronto a la búsqueda de soluciones particulares. Así por ejemplo ya Kirchhoff, en 1876, observó que la descripción de los movimientos bidimensionales de fluidos no viscosos, no limitados por fronteras, con vorticidad concentrada en líneas perpendiculares al flujo (lo que llamamos torbellinos puntuales, con una intensidad determinada por la circulación de la velocidad a su alrededor), tenía una dinámica de tipo Hamiltoniano, como un sistema dinámico de partículas discretas con 2N grados de libertad, correspondientes a las 2N coordenadas de los N torbellinos, en el movimiento bidimensional plano.

Dado que existen integrales primeras del sistema de ecuaciones que determina la dinámica de los N torbellinos[4], es posible reducir a cuadraturas el problema cuando N es menor o igual que 3; pero no cuando N es igual o mayor que 4. En cierto modo, el problema asociado a la dinámica bidimensional de estos torbellinos puntuales es análogo al de la dinámica tridimensional de masas gravitatorias tratadas como puntuales; en este caso el problema de los dos cuerpos puede ser resuelto mediante cuadraturas, en tanto que el problema de los tres cuerpos no admite un tratamiento tan simple. Poincaré abordó no sólo la dinámica de los tres cuerpos (lo que le llevó a enfrentarse, él por primera vez, con los problemas del caos determinístico), sino también con los problemas asociados a la dinámica de torbellinos; recogidos en una monografía "Théorie des Tourbillons", que publicó en 1883.

---

[4] Véase el artículo de H. Aref, publicado en 1982 en Ann. Rev. Fluid Mechanics, Vol. 15, pp 345-389, con el título "Integrable, chaotic, and turbulent motion in two-dimensional flows".

Cuando para la determinación de la estructura de las soluciones caóticas es necesario proceder a la integración de las ecuaciones para tiempos muy grandes, la utilización de los métodos simplécticos se hace imprescindible. Este es el caso de la dinámica del sistema solar (que como demostró Laxar es de carácter caótico) cuando se pretende calcular su respuesta en períodos de cientos de millones de años; como hicieron Sussman y Wisdom utilizando las técnicas de integración geométrica.

La dinámica de torbellinos puntuales cuando N es igual o mayor que cuatro puede ser o no de tipo caótico. El análisis de la respuesta caótica fue abordado por Pullin y Saffmann[5] haciendo uso de los métodos de integración simpléctica propuestos por Sanz Serna y comparándolos con los métodos de integración que no mantienen las simetrías asociadas a la geometría simpléctica.

Uno de los objetivos era someter el método de integración simpléctica a pruebas de tipo muy estricto, analizando un sistema dinámico de cuatro torbellinos con una función hamiltoniana fuertemente no lineal y con respuesta de tipo caótico. Así se podría asegurar la disponibilidad de herramientas de cálculo, para tiempos grandes, de la dinámica caótica de flujos con torbellinos, que pudiese utilizarse para la evaluación de valores medios estadísticos temporales, y para la validación de los modelos de cierre para las ecuaciones que describen estos valores medios en los flujos turbulentos.

Las ecuaciones que describen el movimiento bidimensional de los cuatro torbellinos, esto es la evolución temporal de las ocho coordenadas de los torbellinos puntuales, constituyen un sistema Hamiltoniano, con cuatro integrales del movimiento: el Hamiltoniano, o exceso de energía de los torbellinos puntuales, y los valores de la cantidad de movimiento lineal y angular. Así pues, es posible reducir, como hicieron Pullín y Saffman, el sistema a

[5] Pullin, D.I. y Saffman, P.G. : "Long-Time Symplectic Integration: The Example of Four-Vortex Motion". Proceedings, Mathematical and Physical Sciences, Royal Soc. London Vol 432, Nº 1886, pp.481-494, 1991.

uno también Hamiltoniano, y de tipo canónico, de 4 grados de libertad. Cuando un parámetro, asociado a las condiciones iniciales, toma valores en un cierto intervalo el movimiento, caracterizado por las secciones de Poincaré, resulta ser cuasi-periódico o caótico. El método de Runge-Kutta de tipo simpléctico propuesto por Sanz Serna produjo imágenes de gran precisión de las secciones de Poincaré y la integración podía extenderse hasta tiempos significativamente muy grandes; lo que no era posible sin utilizar los métodos que no respetaban los invariantes de Poincaré.

He querido resaltar aquí la importancia que tienen para la comunidad científica dedicada a la Mecánica de Fluidos los métodos de integración geométrica que ha potenciado y desarrollado Jesús Sanz Serna. Esta importancia se deriva de la necesidad de disponer de métodos, libres de inestabilidades numéricas, para analizar los flujos que han perdido su estabilidad al aumentar el número de Reynolds, y terminan siendo turbulentos; lo que no nos exime de intentar su descripción con métodos numéricos. Geoffrey Saffman, uno de los científicos más distinguidos de la Mecánica de Fluidos, autor del libro más importante sobre dinámica de torbellinos, publicado por Cambridge University Press con el título Vortex Dynamics, ha mostrado, en el trabajo en colaboración con D.I. Pullin que he citado antes, cómo los métodos de integración simpléctica podían jugar un papel esencial en el análisis de los flujos con vorticidad.

Pero aunque he intentado mostrar con más detalle la relevancia del trabajo de Sanz Serna en mi campo de actividad, es también evidente su relevancia para muchos otros campos. Nuestra Academia de Ciencias representa al conjunto de las ciencias y la atención a los aspectos interdisciplinares debe ser una de las preocupaciones importantes de sus miembros y pocos están tan cualificados como Jesús Sanz Serna para cumplir este objetivo.

No quiero terminar sin resaltar ahora otro de los aspectos más relevantes de la personalidad del Profesor Sanz Serna: su honestidad intelectual y su capacidad como organizador y como gestor. No sólo ha sido y sigue siendo miembro del Comité Científico de las revistas nacionales e internacionales más importantes de su campo, ha sido también creador de la Sociedad Española de Matemática Aplicada y contribuyó de modo esencial a la reconstitución de la Real Sociedad Matemática Española. Su preocupación por los problemas de la enseñanza e investigación en la Universidad le llevaron a aceptar el reto de contribuir a resolverlos presentándose, en 1998, a Rector del la Universidad de Valladolid; cargo que ha ocupado hasta el pasado año, después de ser reelegido en 2002. Ha sido Vocal y Presidente de la Ponencia de Física y Matemáticas de la Dirección General de Investigación en el período 1991-1994 y Vocal del Comité de Matemáticas y Física de la Comisión Nacional Evaluadora de la Actividad Investigadora.

Termino agradeciendo el ofrecimiento que Jesús María Sanz Serna nos hizo, al principio de su Discurso, de intentar contribuir desde la Academia a que ésta juegue un papel importante en la política científica nacional. Estoy seguro de que, con sus excepcionales méritos y cualidades como científico, organizador y gestor, él ayudará a conseguir que esta esperanza se haga realidad.

Gracias, finalmente, por el tesón con que con tu trabajo, y tu preocupación por su relevancia, has aprovechado tus cualidades para enriquecer una trayectoria y una obra ejemplares. Ellas son las buenas razones que te han traído a esta Casa, la cual se honra al acogerte en su seno.

Muchas gracias

Amable Liñán